



**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
– ETAPA PE SECTOR, 23.02.2014 -**

CLASA A X-A

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.**

1. Fie un număr real $a > 0$. Să se arate că funcția $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ dată de $f(n) = n + [a\sqrt{n}]$ este injectivă și nesurjectivă. (Notația $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real x .)

2. Fie z un număr complex. Să se arate că $\sqrt{2}|z+1| = |z+i| + |z-i|$ dacă și numai dacă $|z|=1$ și $\operatorname{Re}(z) \geq 0$.

3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația

$$2^{\sin 3x} - 8^{\sin x} = \sin^3 x.$$

4. Să se rezolve ecuația

$$\sqrt[3]{x^6 + 7x^3} = \sqrt{x^4 + 8x - x^2}.$$